E-ISSN: XXXX-XXXX
P-ISSN: XXXX - XXXX

Halaman 1-9
Volume 1 Nomor 1Tahun 2025

Menentukan Solusi Sistem Persamaan Linear Menggunakan Metode Cholesky Pada Matriks Simetris

Sumayyah Azzahro[1], Astuti[2], Zulfah[3], Zulhendri[4]

[1, 2, 3, 4] Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Ilmu Pendidikan, Universitas Pahlawan Tuanku Tambusai
e-mail: sumayyahazzahro01@gmail.com[1]

Abstrak

Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematika sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan biasa (+,-,×,÷). Salah satu metode yang digunakan dalam metode numerik adalah metode Cholesky. Metode Cholesky pada dasarnya hanya merupakan bentuk khusus dari dekomposisi LU. Metode ini adalah sebuah cara penyelesaian persamaan linear simultan yang diperoleh dari rumusan matematika berdasarkan atas unsur koefisien variabel yang simetris. bentuk dekomposisi Cholesky $A = LL^T$, di mana L adalah matriks segitiga bawah dan L^T adalah transpos dari matriks L. Alasan penulis memilih judul ini adalah karena penggunaan metode Cholesky tidak termasuk dalam mata kuliah di Prodi S1 Pendidikan Matematika Universitas Pahlawan Tuanku Tambusai. Tujuan dari pembuatan artikel ini yaitu untuk mengetahui bagaimanakah generalisasi metode dekomposisi Cholesky untuk menyelesaikan sistem persamaan linier dalam matriks simetris. Hasil pembahasan metode Cholesky ini menunjukkan bahwa faktor-faktor yang dihasilkan adalah matriks dalam produk triangulasi atas dan triangulasi bawah dengan kedua matriks satu sama lain adalah matriks transpose.

Kata kunci: Cholesky,Tranpose, Matriks Simetris, Triangulasi Atas, Triangulasi Bawah

Abstract

Numerical methods are techniques used to formulate mathematical problems so that they can be solved with ordinary calculation operations (+,-,×,÷). One of the methods used in numerical methods is the Cholesky method. The Cholesky method is basically just a special form of LU decomposition. This method is a way of solving simultaneous linear equations obtained from mathematical formulations based on symmetric variable coefficient elements. Cholesky decomposition form $A = LL^T$, where L is the lower triangular matrix and L^T is the transpose of the L matrix. The reason the author chose this title is because the use of the Cholesky method is not included in the course at the Bachelor of Mathematics Education Study Program at Pahlawan Tuanku Tambusai University . The purpose of this article is to find out how to generalize the Cholesky decomposition method to solve systems of linear equations in symmetric matrices. The results of the discussion of the Cholesky method show that the resulting factors are matrices in the product of upper triangulation and lower triangulation with the two matrices being transpose matrices.

Keywords: Cholesky, transpose, symmetric matrix, upper triangulation, lower triangulation

PENDAHULUAN

Salah satu topik dalam pembelajran matematika yaitu sistem persamaan linear (SPL). Sistem persamaan linear adalah bagian dari aljabar linear yang merupakan himpunan beberapa persamaan linear yang saling terkait, dengan koefisien-koefisien persamaan adalah bilangan real (Putriatama & Yohanes, 2022). Banyak permasalahan dalam kehidupan nyata yang menyatu dengan fakta dan lingkungan budaya kita terkait dengan sistem persamaan linear. Penyelesaian sistem persamaan linier dapat dilakukan dengan dua metode. Metode pertama yaitu secara langsung, yang biasanya disebut metode eksak. Metode tersebut diantaranya metode invers, eliminasi, subtitusi, dekomposisi LU, metode Cholesky, faktorisasi QR, metode Crout, dan dekomposisi ST. Metode kedua biasanya dikenal dengan metode tidak langsung atau metode iterasi, diantaranya metode iterasi Jacobi, metode Newton, dan metode Gauss Seidel.

Matriks merupakan salah satu ilmu yang dapat digunakan untuk menyelesaikan berbagai persoalan dalam kehidupan sehari-hari. Arthur Cayley adalah orang yang menemukan matriks, beliau lahir di Inggris pada tanggal 16 Agustus 1821. Dalam pendidikanya, Cayley merupakan mahasiswa jurusan Hukum dan ia juga pernah menjadi pengacara. Di usianyayang ke-17 tahun, tepatnya pada tahun 1859, Cayley berhasil menemukan matriks. Gagasan matriks pertama kali diperkenalkan oleh Arthur Carley (1821-1895) pada tahun 1859 di Inggris dalam sebuah studi sistem persamaan linear dan transformasi linear. Namun pada awalnya, matriks hanya dianggap permainan karna tidak bisa diaplikasikan. Hingga pada tahun 1925 tepatnya 30 tahun setelah Cayley meninggal matriks digunakan pada mekanika kuantum. Selanjutnya matriks mengalami perkembangan yang pesat dan digunakan dalam berbagai bidang.

Dalam penyelesaian masalah-masalah sistem persamaan linear seringkali digunakan suatu cara penyelesaian yang disebut metode numerik. Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan Matematika sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan biasa (+,-,×,÷). Salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear adalah metode Cholesky.

METODE

Untuk menyelesaikan permasalahan dalam contoh soal yang terdapat di dalam artikel ini, penulis menggunakan metode studi kepustakaan, konsultasi kepada dosen pembimbing dan bantuan dari dosen pengampu yang mengampu mata kuliah Metode Numerik.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Metode *Cholesky* adalah sebuah metode penyelesaian persamaan linier simultan yang diperoleh dari rumusan matematika berdasarkan unsur koefisien variabel yang simetris (Kartono, 2002). Metode *Cholesky* merupakan salah satu metode yang digunakan dalam penyelesaian masalah persamaan linier. Pada dasarnya metode ini hanyalah bentuk khusus dari metode faktorisasi *Doolittle*. Namun sering kali suatu model permasalahan menjadi rumit dan tidak dapat diselesaikan dengan metode penyelesaian biasa. Oleh karena itu, digunakanlah metode lain yaitu metode numerik jenis dekomposisi *Cholesky*.

Terdapat beberapa syarat yang harus dipenuhi agar suatu matriks dapat dikerjakan menggunakan Faktorisasi Cholesky, yaitu:

- Matriks yang akan diselesaikan harus merupakan matriks simetris $A_{n\times n}$
- Matriks A harus merupakan matriks definit positif
  Matriks A dikatakan definit positif apabila diagonal utama dan determinan matriks tersebut berinilai positif.
- Diagonal matriks disetiap baris harus merupakan angka paling besar dan bernilai positif
  Contoh:

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -1 & 7 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

Dekomposisi L dari matriks adalah matriks segitiga bawah dengan diagonal positif. Jika matriks A merupakan matriks simetris definit positif maka dapat difaktorkan dengan $A = LL^T$ dan dapat ditulis sebagai berikut:

$$A\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = L\begin{bmatrix} l_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ l_{m1} & l_{m2} & \cdots & l_{mn} \end{bmatrix} L^T\begin{bmatrix} l_{11} & l_{21} & \cdots & l_{m1} \\ 0 & l_{22} & \cdots & l_{m2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & l_{mn} \end{bmatrix}$$

Contoh 1:

Carilah solusi dari system persamaan linier dibawah ini dengan menggunakan metode *Cholesky*!

$4x_1 - x_2 + x_3 = 7$

$-x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 6$

$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 1$

Penyelesaian:

- *Langkah 1*: Ubah persamaan linier kedalam bentuk matriks $Ax = b$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -1 & 7 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- *Langkah 2*: Tunjukkan bahwa matriks A memenuhi syarat yang dapat diselesaikan dengan metode *Cholesky*
  - A merupakan matriks simetris dengan ordo 3×3
  - Diagonal matriks $A = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ 5 \end{bmatrix}$ merupakan angka terbesar dan bernilai positif
  - Determinan matriks A bernilai positif

$$|A| = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -1 & 7 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 86$$

- *Langkah 3*: Selesaikan SPL tersebut dengan metode *Cholesky*
  - $A = LL^T$

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -1 & 7 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ b & c & 0 \\ d & e & f \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b & d \\ 0 & c & e \\ 0 & 0 & f \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^2 & ab & ad \\ ab & b^2 + c^2 & bd + ce \\ ad & bd + ce & d^2 + e^2 + f^2 \end{bmatrix}$$

$a^2 = 4$ $a = 2$	$ab = -1$ $b = -0{,}5$	$ad = 1$ $d = 0{,}5$
$ab = -1$ $b = -0{,}5$	$b^2 + c^2 = 7$ $c = 2{,}598$	$bd + ce = 3$ $e = 1{,}251$
$ad = 1$ $d = 0{,}5$	$bd + ce = 3$ $e = 1{,}251$	$d^2 + e^2 + f^2 = 5$ $f = 1{,}785$

  - $Ly = b$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}5 & 2{,}598 & 0 \\ 0{,}5 & 1{,}251 & 1{,}785 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Subtitusi kedepan/maju

➢ $2y_1 = 7$

$$y_1 = \frac{7}{2}$$
$$\boldsymbol{y_1 = 3,5}$$

- $-0{,}5y_1 + 2{,}598y_2 = 6$
  $-0{,}5(3{,}5) + 2{,}598y_2 = 6$
  $-1{,}75 + 2{,}598y_2 = 6$
  $2{,}598y_2 = 6 + 1{,}75$
  $$y_2 = \frac{7{,}75}{2{,}598}$$
  $$\boldsymbol{y_2 = 2,983}$$
- $0{,}5y_1 + 1{,}251y_2 + 1{,}785y_3 = 1$
  $0{,}5(3{,}5) + 1{,}251(2{,}983) + 1{,}785y_3 = 1$
  $1{,}75 + 3{,}732 + 1{,}785y_3 = 1$
  $1{,}785y_3 = 1 - 1{,}75 - 3{,}732$
  $$y_3 = \frac{-4{,}482}{1{,}785}$$
  $$\boldsymbol{y_3 = -2,511}$$

Maka didapatkan matriks $\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{3,5} \\ \mathbf{2,983} \\ \mathbf{-2,511} \end{bmatrix}$

- $L^T x = y$

$$\begin{bmatrix} 2 & -0{,}5 & 0{,}5 \\ 0 & 2{,}598 & 1{,}251 \\ 0 & 0 & 1{,}785 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3{,}5 \\ 2{,}983 \\ -2{,}511 \end{bmatrix}$$

Subtitusi kebelakang/mundur

- $1{,}785x_3 = -2{,}511$
  $$x_3 = \frac{-2{,}511}{1{,}785}$$
  $$\boldsymbol{x_3 = -1,407}$$
- $2{,}598x_2 + 1{,}251x_3 = 2{,}983$
  $2{,}598x_2 + 1{,}251(-1{,}407) = 2{,}983$
  $2{,}598x_2 - 1{,}76 = 2{,}983$
  $2{,}598x_2 = 2{,}983 + 1{,}76$
  $$x_2 = \frac{4{,}743}{2{,}598}$$
  $$\boldsymbol{x_2 = 1,826}$$
- $2x_1 - 0{,}5x_2 + 0{,}5x_3 = 3{,}5$
  $2x_1 - 0{,}5(1{,}826) + 0{,}5(-1{,}407) = 3{,}5$
  $2x_1 - 0{,}913 - 0{,}704 = 3{,}5$
  $2x_1 = 3{,}5 + 0{,}913 + 0{,}704$
  $$x_1 = \frac{5{,}117}{2}$$
  $$\boldsymbol{x_1 = 2,559}$$

Maka didapatkan matriks $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{2,559} \\ \mathbf{1,826} \\ \mathbf{-1,407} \end{bmatrix}$ yang merupakan persamaan linier yang diketahui.

Contoh 2

Carilah solusi dari system persamaan linier dibawah ini dengan menggunakan metode *Cholesky*!

$6x_1 + 2x_2 + x_3 = 2$
$2x_1 + 15x_2 + 5x_3 = 3$
$x_1 + 5x_2 + 46x_3 = 12$

Penyelesaian

- *Langkah 1*: Ubah persamaan linier kedalam bentuk matriks $Ax = b$

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 2 & 15 & 5 \\ 1 & 5 & 46 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- *Langkah 2*: Tunjukkan bahwa matriks A memenuhi syarat yang dapat diselesaikan dengan metode *Cholesky*
  - A merupakan matriks simetris dengan ordo 3×3
  - Diagonal matriks $A = \begin{bmatrix} 6 \\ 15 \\ 46 \end{bmatrix}$ merupakan angka terbesar dan bernilai positif
  - Determinan matriks A bernilai positif

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 2 & 15 & 5 \\ 1 & 5 & 46 \end{bmatrix}$$

$|A|$ =3811

- *Langkah 3*: Selesaikan SPL tersebut dengan metode *Cholesky*
  - $A = LL^T$

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 2 & 15 & 5 \\ 1 & 5 & 46 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ b & c & 0 \\ d & e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & d \\ 0 & c & e \\ 0 & 0 & f \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^2 & ab & ad \\ ab & b^2 + c^2 & bd + ce \\ ad & bd + ce & d^2 + e^2 + f^2 \end{bmatrix}$$

$a^2 = 6$ $a = 2{,}449$	$ab = 2$ $b = 0{,}817$	$ad = 1$ $d = 0{,}408$
$ab = 2$ $b = 0{,}817$	$b^2 + c^2 = 15$ $c = 3{,}786$	$bd + ce = 5$ $e = 1{,}232$
$ad = 1$ $d = 0{,}408$	$bd + ce = 5$ $e = 1{,}232$	$d^2 + e^2 + f^2 = 46$ $f = 6{,}657$

  - $Ly = b$

$$\begin{bmatrix} 2{,}449 & 0 & 0 \\ 0{,}817 & 3{,}786 & 0 \\ 0{,}408 & 1{,}232 & 6{,}657 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Subtitusi kedepan/maju

- $2{,}449 y_1 = 2$

  $y_1 = \dfrac{2}{2{,}449}$

  $\boldsymbol{y_1 = 0,817}$
- $0{,}817 y_1 + 3{,}786 y_2 = 3$

$$0{,}817(0{,}817) + 3{,}786y_2 = 3$$
$$0{,}667 + 3{,}786y_2 = 3$$
$$3{,}786y_2 = 3 - 0{,}667$$
$$y_2 = \frac{2{,}333}{3{,}786}$$
$$\boldsymbol{y_2 = 0,616}$$

- $0{,}408y_1 + 1{,}232y_2 + 6{,}657y_3 = 12$

$$0{,}408(0{,}817) + 1{,}232(0{,}616) + 6{,}657y_3 = 12$$
$$0{,}333 + 0{,}759 + 6{,}657y_3 = 12$$
$$6{,}657y_3 = 12 - 0{,}759 - 0{,}333$$
$$y_3 = \frac{10{,}908}{6{,}657} = \mathbf{1,639}$$

Maka didapatkan matriks $\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{0,817} \\ \mathbf{0,616} \\ \mathbf{1,639} \end{bmatrix}$

- $L^T x = y$

$$\begin{bmatrix} 2{,}449 & 0{,}817 & 0{,}408 \\ 0 & 3{,}786 & 1{,}232 \\ 0 & 0 & 6{,}657 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}817 \\ 0{,}616 \\ 1{,}639 \end{bmatrix}$$

Subtitusi kebelakang/mundur

- $6{,}657x_3 = 1{,}639$

$$x_3 = \frac{1{,}639}{6{,}657}$$
$$\boldsymbol{x_3 = 0,246}$$

- $3{,}786x_2 + 1{,}232x_3 = 0{,}616$

$$3{,}786x_2 + 1{,}232(0{,}246) = 0{,}616$$
$$3{,}786x_2 + 0{,}303 = 0{,}616$$
$$3{,}786x_2 = 0{,}616 - 0{,}303$$
$$x_2 = \frac{0{,}313}{3{,}786}$$
$$\boldsymbol{x_2 = 0,083}$$

- $2{,}449x_1 + 0{,}817x_2 + 0{,}408x_3 = 0{,}817$

$$2{,}449x_1 + 0{,}817(0{,}083) + 0{,}408(0{,}246) = 0{,}817$$
$$2{,}449x_1 + 0{,}068 + 0{,}100 = 0{,}817$$
$$2{,}449x_1 = 0{,}817 - 0{,}068 - 0{,}100$$
$$x_1 = \frac{0{,}649}{2{,}449}$$
$$\boldsymbol{x_1 = 0,265}$$

Maka didapatkan matriks $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{0,265} \\ \mathbf{0,083} \\ \mathbf{0,246} \end{bmatrix}$ yang merupakan persamaan linier yang diketahui.

Contoh 3

Carilah solusi dari system persamaan linier dibawah ini dengan menggunakan metode *Cholesky*!

$16x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 32$
$4x_1 + 10x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 26$
$4x_1 + 4x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 20$
$-4x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 4x_4 = -6$

Penyelesaian:

- *Langkah 1*: Ubah persamaan linier kedalam bentuk matriks $Ax = b$

$$A = \begin{bmatrix} 16 & 4 & 4 & -4 \\ 4 & 10 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 6 & -2 \\ -4 & 2 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32 \\ 26 \\ 20 \\ -6 \end{bmatrix}$$

- *Langkah 2*: Tunjukkan bahwa matriks A memenuhi syarat yang dapat diselesaikan dengan metode *Cholesky*

- A merupakan matriks simetris dengan ordo 4×4
- Diagonal matriks $A = [16 \quad 10 \quad 6 \quad 4]$ merupakan angka terbesar dan bernilai positif
- Determinan matriks A bernilai positif

$$A = \begin{bmatrix} 16 & 4 & 4 & -4 \\ 4 & 10 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 6 & -2 \\ -4 & 2 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$|A| = 576$

- *Langkah 3*: Selesaikan SPL tersebut dengan metode *Cholesky*

- $A = LL^T$

$$\begin{bmatrix} 16 & 4 & 4 & -4 \\ 4 & 10 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 6 & -2 \\ -4 & 2 & -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ b & c & 0 & 0 \\ d & e & f & 0 \\ g & h & i & j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & d & g \\ 0 & c & e & h \\ 0 & 0 & f & i \\ 0 & 0 & 0 & j \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^2 & ab & ad & ag \\ ab & b^2 + c^2 & bd + ce & bg + ch \\ ad & bd + ce & d^2 + e^2 + f^2 & dg + eh + fi \\ ag & bg + ch & dg + eh + fi & g^2 + h^2 + i^2 + j^2 \end{bmatrix}$$

$a^2 = 16$ $a = 4$	$ab = 4$ $b = 1$	$ad = 4$ $d = 1$	$ag = -4$ $g = -1$
$ab = 4$ $b = 1$	$b^2 + c^2 = 10$ $c = 3$	$bd + ce = 4$ $e = 1$	$bg + ch = 2$ $h = 1$
$ad = 4$ $d = 1$	$bd + ce = 4$ $e = 1$	$d^2 + e^2 + f^2 = 6$ $f = 2$	$dg + eh + fi = -2$ $i = -1$
$ag = -4$ $g = -1$	$bg + ch = 2$ $h = 1$	$dg + eh + fi = -2$ $i = -1$	$g^2 + h^2 + i^2 + j^2 = 4$ $j = 1$

- $Ly = b$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32 \\ 26 \\ 20 \\ -6 \end{bmatrix}$$

Subtitusi kedepan/maju

- $4y_1 = 32$
  $y_1 = \frac{32}{4}$
  $\boldsymbol{y_1 = 8}$
- $y_1 + 3y_2 = 26$
  $8 + 3y_2 = 26$

$$3y_2 = 26 - 8$$
$$y_2 = \frac{18}{3}$$
$$\boldsymbol{y_2 = 6}$$

- $y_1 + y_2 + 2y_3 = 20$
$$8 + 6 + 2y_3 = 20$$
$$2y_3 = 20 - 8 - 6$$
$$y_3 = \frac{6}{2}$$
$$\boldsymbol{y_3 = 3}$$

- $-y_1 + y_2 - y_3 + y_4 = -6$
$$-8 + 6 - 3 + y_4 = -6$$
$$y_4 = -6 + 8 - 6 + 3$$
$$\boldsymbol{y_4 = -1}$$

Maka didapatkan matriks $\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{8} \\ \mathbf{6} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{-1} \end{bmatrix}$

- $L^T x = y$

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Subtitusi kebelakang/mundur

- $\boldsymbol{x_4 = -1}$
- $2x_3 - x_4 = 3$
$$2x_3 = 3 - 1$$
$$\boldsymbol{x_3} = \frac{2}{2} = \mathbf{1}$$

- $3x_2 + x_3 + x_4 = 6$
$$3x_2 + 1 - 1 = 6$$
$$x_2 = \frac{6}{3}$$
$$\boldsymbol{x_2 = 2}$$

- $4x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 8$
$$4x_1 + 2 + 1 + 1 = 8$$
$$4x_1 = 8 - 2 - 1 - 1$$
$$\boldsymbol{x_1} = \frac{4}{4} = \mathbf{1}$$

Maka didapatkan matriks $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{-1} \end{bmatrix}$ yang merupakan persamaan linier yang diketahui.

SIMPULAN

Metode *Cholesky* merupakan salah satu metode numerik yang digunakan untuk menemukan solusi dari sistem persamaan linier. Metode ini diperoleh dari rumusan matematika berdasarkan unsur koefisien variabel yang simetris. Metode *Cholesky* hanyalah bentuk khusus dari faktorisasi *Doolittle*, namun sering kali beberapa model permaslahan menjadi rumit dan tidak dapat diselesaikan dengan metode penyelesaian biasa. Oleh karena itu, digunakanlah metode lain yaitu metode numerik jenis dekomposisi *Cholesky*.

Terdapat beberapa syarat penyelesaian system persamaan linier menggunakan Faktorisasi Cholesky, yaitu:

- Matriks yang akan diselesaikan harus merupakan matriks simetris $A_{n\times n}$
- Matriks A harus merupakan matriks definit positif
- Diagonal matriks disetiap baris harus merupakan angka paling besar dan bernilai positif

Dekomposisi L dari matriks adalah matriks segitiga bawah dengan diagonal positif. Jika matriks A merupakan matriks simetris definit positif maka dapat difaktorkan dengan $A = LL^T$

$$A\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = L\begin{bmatrix} l_{11} & 0 & \ldots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ l_{m1} & l_{m2} & \cdots & l_{mn} \end{bmatrix} L^T\begin{bmatrix} l_{11} & l_{21} & \cdots & l_{m1} \\ 0 & l_{22} & \cdots & l_{m2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & l_{mn} \end{bmatrix}$$

UCAPAN TERIMA KASIH

Keberhasilan dalam penyusunan artikel ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. Untuk itu penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada semua pihak yang telah banyak membantu yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu

DAFTAR PUSTAKA

Arwensih, W. (2020). *Menentukan Solusi Sistem Persamaan Linear Dalam Matriks Interval*.

Ekky May Asih, Rizki Wahyu Yunian Putra, M. P., & Siska Andriani, M. P. (2023). *MATRIKS Untuk SMA/MA/SMK/MAK XI*.

Kartono. *Aljabar Linear, Vektor dan Eksplorasinya dengan Maple*. Yogyakarta: Graha Ilmu. 2002.

Marc Lipson. 2006. *Aljabar Linear Schaum's*. Edisi Ketiga. Jakarta: Erlangga.

Naimah, S., Warli, & Fadiana, M. (2014). *Generalisasi metode dekomposisi colesky untuk menyelesaikan sistem persamaan matriks interval*.

Prastiwi, B., & Rahmawati, D. (2008). *Penerapan Metode Cholesky dalam Penyelesaian Persamaan Linier Simultan*. *10308066*.

Putriatama, R. C., & Yohanes, R. S. (2022). *Mengenalkan Konsep Sistem Persamaan Linier kepada Siswa Sekolah Dasar*. PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika, 5, 371–378. https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/

Rahma, A. N., Rahmawati, & Jauza, Siti Mardhiyah. (2020). *Determinan Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo 4x4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Dengan Kofaktor*. Jurnal Sains Matematika Dan Statistika, 6(2), 96. Https://Doi.Org/10.24014/Jsms.V7i1.12193